大学名	明治大学		
University	Meiji University		
外国人研究者	スパナット チャイディー		
Foreign Researcher	Supanut Chaidee		
受入研究者	杉原 厚吉	職名	特任教授
Research Advisor	Kokichi Sugihara	Position	Professor
受入学部/研究科	研究•知財戦略機構		
Faculty/Department	Organization for the Strategic Coordination of Research and Intellectual Properties		

### <外国人研究者プロフィール/Profile>

WI THE CONTRACT OF THE CONTRAC			
国 籍	タイ		
Nationality	Thai		
所属機関	チャインマイ大学		
Affiliation	Chiang Mai University		
現在の職名	講師		
Position	Lecturer		
研究期間	2018年07月09日 ~ 2018年09月29日(81日間)		
Period of Stay	81 days ( July 7, 2018 - September 29, 2018)		
専攻分野	数理科学		
Major Field	Mathematical Sciences		

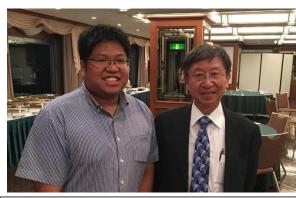


Photo of Supanut Chaidee, with the research advisor,
Prof. Kokichi Sugihara 外国人研究者スパナット・チャイデイ と受け入れ研究者 杉原厚吉

<外国人研究者からの報告/Foreign Researcher Report>

### ①研究課題 / Theme of Research

On the theoretical aspects of the centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram and its applications to the real-world tessellations.

We investigated the geometrical properties of the spherical Laguerre Voronoi diagram, and define the new kind of the diagram for modeling the real-world phenomena which are in the form of spherical tessellation.

# ②研究概要 / Outline of Research

Many natural phenomena display as spherical tessellations. Therefore, it is interesting to model those tessellations for understanding those phenomena. From a mathematical viewpoint, a Voronoi diagram is one of the candidates to model those phenomena. Although there are various kinds of Voronoi diagrams, we are mainly interested in the spherical Laguerre Voronoi diagram (SLVD) which is the weighted version of the spherical Voronoi diagram whose edges are geodesic arcs. We investigated the geometrical properties of the SLVD. After that, we define the special kind of the spherical Laguerre Voronoi diagram called "centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram", the diagram whose Voronoi generators are located at the centroid of the Voronoi region.

## ③研究成果 / Results of Research

During the research program, we investigated the properties of the SLVD by emphasizing on the non-emptiness properties of the Voronoi cell. We considered the problem from the viewpoint of the convexity of the polyhedron with respect to the SLVD. In the two-dimensional case, we proved the existence of a convex polygon when the distance between polygon vertices and a fixed point are given. We also extend the results to the three-dimensional polyhedron, which implies the existence of the non-emptiness property of an SLVD. We also observed the dynamical SLVD defined by the processes of Lloyd to define the centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram.

### ④今後の計画 / Further Research Plan

By the proof of non-emptiness properties of the SLVD which was done in this program, we are able to use the results to define the centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram rigorously. The algorithms and theorems of the centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram will be constructed and proved as tools for generating the tessellation patterns in the real world.

#### ①研究課題 / Theme of Research

重心ボロノイ図の球面ラゲールボロノイ図への拡張とそれを利用した実世界分割パターンのモデル化

球面ラゲールボロノイ図の幾何学的性質を整理し、球面上の重心ラゲールボロノイ図を定義し、その性質を調べる。そして、それを用いて、果実の表皮パターンなどの実世界に現れる曲面上の分割パターンを記述し、パターン生成過程の仕組みをモデル化する。

### ②研究概要 / Outline of Research

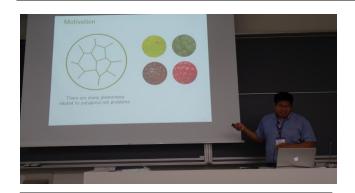
自然界には、球面上の分割パターンとして近似できるパターンがたくさんある。それらのパターンの生成過程を理解するためには、球面上の分割図形をモデル化することが重要である。そのために使える有力な数理的道具の一つが、ボロノイ図である。ボロノイ図には多様なバリエーションがあるが、分割セルの大きさの違いを吸収し、境界線が大円弧となるという特徴を持った、球面ラゲールボロノイ図に着目する。ここでは、球面ラゲールボロノイ図の性質を調べ、特に、「球面重心ラゲールボロノイ図」という概念を定義する。これは、分割セルの重心が生成元の中心と一致するという性質を持った特別なボロノイ図である。そして、この概念を、球面上の実パターンの近似的記述の道具として用いる方法を確立する。この研究全体構想の中で、まずは、生成元の重みの集合が与えられたとき、対応する球面ラゲールボロノイ図のすべてのセルが非空となる条件を求めるという問題に着目し、その存在と、具体的にその例を求める構成法を探求するという研究方向を、外国人研究者と相談して決めた。

#### ③研究成果 / Results of Research

本研究期間には、生成元の重みの集合が与えられたとき、それらの生成元で生成されるセルがすべて非空となる球面ボロノイ図が存在するための条件を調べた。そのために、球面ラゲールボロノイ図を球面投影像にもつ凸多面体が存在することを利用した。すべての生成元がその凸多面体の頂点を構成することが、すべてのセルが非空となることと等価であることに注目し、凸多面体の頂点配置問題に帰着することができた。その結果、2次元では、すべての生成元の重みが異なる場合は、非空ボロノイ図が存在するが、重みが等しい生成元が存在する場合には、非空ボロノイ図の存在が保証されないことを証明した。一方、3次元では、どのような生成元の重みの組合せに対しても、非空ボロノイ図が存在することを証明した。2次元と3次元のこの違いは自明ではなく、球面ラゲールボロノイ図の理論的研究に一つのあたらしい貢献ができた。

#### ④今後の計画 / Further Research Plan

本研究で存在が保証できた非空球面ラゲールボロノイ図は、単に存在することがわかっただけではなく、その例を具体的の構成する方法も得られている。したがって、与えられた生成元の重みの集合に対して、この非空ボロノイ図を構成し、これを初期分割図形として、実世界の分割パターンに近づけていく手続きを構成することによって、実パターンの近似ボロノイ図を得るアルゴリズムを構成する。そして、それを利用して、実パターンのモデリングの方法を確立していく予定である。



Gave a talk in the seminar of geometry 共同研究集会″幾何的解析と形状表現の数理″での研究発表



Attending the 21st Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (JCDCGGG2018)

国際会議JCDCGGG2018への参加