2020年度　日本留学試験

数　学（８０分）

【コース１(基本, Basic)・コース２(上級, Advanced)】

※　**どちらかのコースを<u>一つだけ</u>選んで解答してください。**

Ⅰ　試験全体に関する注意

1．係員の許可なしに，部屋の外に出ることはできません。
2．この問題冊子を持ち帰ることはできません。

Ⅱ　問題冊子に関する注意

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見ないでください。
2．試験開始の合図があったら，下の欄に，受験番号と名前を，受験票と同じように記入してください。
3．コース１は１～13ページ，コース２は15～27ページにあります。
4．足りないページがあったら，手をあげて知らせてください。
5．メモや計算などを書く場合は，問題冊子に書いてください。

Ⅲ　解答方法に関する注意

1．解答は，解答用紙に鉛筆(ＨＢ)で記入してください。
2．問題文中の**A**，**B**，**C**，… には，それぞれ－(マイナスの符号)，または，０から９までの数が一つずつ入ります。適するものを選び，解答用紙(マークシート)の対応する解答欄にマークしてください。
3．同一の問題文中に $\boxed{\mathrm{A}}$ ， $\boxed{\mathrm{BC}}$ などが繰り返し現れる場合，２度目以降は， $\boxed{\mathrm{A}}$ ， $\boxed{\mathrm{BC}}$ のように表しています。

解答に関する記入上の注意

(1)　根号（$\sqrt{\ }$）の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
(例：$\sqrt{32}$ のときは，$2\sqrt{8}$ ではなく $4\sqrt{2}$ と答えます。)

(2)　分数を答えるときは，符号は分子につけ，既約分数(reduced fraction)にして答えてください。
(例：$\dfrac{2}{6}$ は $\dfrac{1}{3}$，$-\dfrac{2}{\sqrt{6}}$ は $\dfrac{-2\sqrt{6}}{6}$ と分母を有理化してから約分し，$\dfrac{-\sqrt{6}}{3}$ と答えます。)

(3)　$\dfrac{\boxed{\mathrm{A}}\sqrt{\boxed{\mathrm{B}}}}{\boxed{\mathrm{C}}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{4}$ と答える場合は，下のようにマークしてください。

(4)　$\boxed{\mathrm{DE}}\,x$ に $-x$ と答える場合は，**D**を－，**E**を１とし，下のようにマークしてください。

【解答用紙】

A	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
B	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
C	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
D	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
E	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

4．解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

※　試験開始の合図があったら，必ず受験番号と名前を記入してください。

受 験 番 号			*					*						
名　　　前														

© 2020 Japan Student Services Organization

© 2020 Japan Student Services Organization

数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ◯ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

© 2020 Japan Student Services Organization

I

問 1　a は正の定数とする。2 次関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを平行移動する。移動後の放物線と x 軸との交点が $(-2a,0)$, $(4a,0)$ であるとき，この放物線の方程式 $y=f(x)$ について考える。

(1)　$f(x)$ は

$$f(x)=\frac{\boxed{\mathsf{A}}}{\boxed{\mathsf{B}}}\left(x-\boxed{\mathsf{C}}\,a\right)\left(x+\boxed{\mathsf{D}}\,a\right)$$

と表せる。

(2)　$y=f(x)$ において，y の値が $10a^2$ 以下となる x の値の範囲は，不等式

$$x^2-\boxed{\mathsf{E}}\,ax-\boxed{\mathsf{FG}}\,a^2\leqq 0$$

を解いて，$-\boxed{\mathsf{H}}\,a\leqq x\leqq\boxed{\mathsf{I}}\,a$ である。

(3)　直線 $y=10a$ が $y=f(x)$ のグラフによって切り取られる線分の長さを 10 とする。$\boxed{\mathsf{J}}\sqrt{\boxed{\mathsf{K}}\,a^2+\boxed{\mathsf{LM}}\,a}=10$ であるから，a の値は $\dfrac{\boxed{\mathsf{N}}}{\boxed{\mathsf{O}}}$ である。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

© 2020 Japan Student Services Organization

問 2　10 段の階段がある。1 段のぼり (1 回に階段を 1 段のぼること)，または 2 段のぼり (1 回に階段を 2 段のぼること) のいずれかで階段をのぼるとし，1 段のぼりも 2 段のぼりも必ず 1 回はあることとする。

10 段の階段をのぼるとき，次の 2 つの場合について考えよう。

(1)　2 段のぼりが連続してもよい場合

(i)　例えば，2 段のぼりが 3 回ならば，1 段のぼりは $\boxed{\mathbf{P}}$ 回であり，のぼり方は $\boxed{\mathbf{QR}}$ 通りある。

(ii)　2 段のぼりが連続してもよい場合の階段ののぼり方は全部で $\boxed{\mathbf{ST}}$ 通りある。

(2)　2 段のぼりが連続しない場合

(i)　例えば，2 段のぼりが 2 回ならば，1 段のぼりは $\boxed{\mathbf{U}}$ 回であり，のぼり方は $\boxed{\mathbf{VW}}$ 通りある。

(ii)　2 段のぼりが連続しない場合の階段ののぼり方は全部で $\boxed{\mathbf{XY}}$ 通りある。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄 $\boxed{\text{Z}}$ はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

II

問 1　m, n は $0 < m - n\sqrt{2} < 1$ を満たす正の整数とする。$(m + n\sqrt{2})^3$ の整数部分を a，小数部分を b とする。

(1)　a は奇数であり，かつ，$(m - n\sqrt{2})^3 = 1 - b$ であることを示そう。

p, q を整数とし，$(m + n\sqrt{2})^3 = p + q\sqrt{2}$ とおくと

$$p = m^3 + \boxed{\mathbf{A}}\,mn^2, \quad q = \boxed{\mathbf{B}}\,m^2n + \boxed{\mathbf{C}}\,n^3$$

となり，$(m - n\sqrt{2})^3 = p - q\sqrt{2}$ である。

さらに，$(m - n\sqrt{2})^3$ の整数部分は $\boxed{\mathbf{D}}$ である。よって，小数部分を c とおくと，次の 2 式

$$\begin{cases} p + q\sqrt{2} = a + b \\ p - q\sqrt{2} = c \end{cases}$$

が成り立つ。これより

$$\boxed{\mathbf{E}}\,p - a = b + c$$

となる。

ここで，この左辺は整数であり，この右辺のとる値の範囲は $\boxed{\mathbf{F}} < b + c < \boxed{\mathbf{G}}$ であるから

$$b + c = \boxed{\mathbf{H}}$$

である。

よって，$a = \boxed{\mathrm{E}}\,p - \boxed{\mathrm{H}}$ となり，a は奇数，かつ，$(m - n\sqrt{2})^3 = 1 - b$ が成り立つ。

(2)　$a = 197$ のとき，m, n を求めよう。

$a = 197$ であるから，$p = \boxed{\mathbf{IJ}}$，すなわち $m^3 + \boxed{\mathrm{A}}\,mn^2 = \boxed{\mathrm{IJ}}$ となる。これを満たす正の整数 m, n は

$$m = \boxed{\mathbf{K}}, \quad n = \boxed{\mathbf{L}}$$

である。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

© 2020 Japan Student Services Organization

問 2　a は $a \geqq 0$ を満たす実数とし，関数 $f(x) = |x^2 - 2x|$ の $a \leqq x \leqq a+1$ における最大値 M を a を用いて表そう。さらに，a が $a \geqq 0$ の範囲で変わるとき，M の最小値を求めよう。

(1)　関数 $f(x)$ を絶対値の記号を用いないで表すと

$x \leqq \boxed{\mathbf{M}}$ または $x \geqq \boxed{\mathbf{N}}$ のとき，$f(x) = x^2 - 2x$

$\boxed{\mathrm{M}} < x < \boxed{\mathrm{N}}$ のとき，$f(x) = -x^2 + 2x$

である。

したがって，$f(x)$ の $a \leqq x \leqq a+1$ における最大値は

$0 \leqq a \leqq \boxed{\mathbf{O}}$ のとき，$M = \boxed{\mathbf{P}}$

$\boxed{\mathrm{O}} < a \leqq \dfrac{\boxed{\mathbf{Q}} + \sqrt{\boxed{\mathbf{R}}}}{\boxed{\mathbf{S}}}$ のとき，$M = -a^2 + \boxed{\mathbf{T}}\,a$

$a > \dfrac{\boxed{\mathrm{Q}} + \sqrt{\boxed{\mathrm{R}}}}{\boxed{\mathrm{S}}}$ のとき，$M = a^2 - \boxed{\mathbf{U}}$

である。

(2)　a が $a \geqq 0$ の範囲で変わるとき，M の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\mathbf{V}}}}{\boxed{\mathbf{W}}}$ である。

注）絶対値：absolute value

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{X}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

III

等式

$$14a+9b=147 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を満たす整数 a, b を考える。

(1) 等式 ① を満たす正の整数 a, b を求めよう。

$$14a = \boxed{\mathbf{A}}(\boxed{\mathbf{BC}} - \boxed{\mathbf{D}}\,b), \quad 9b = \boxed{\mathbf{E}}(\boxed{\mathbf{FG}} - \boxed{\mathbf{H}}\,a)$$

であるから，a は $\boxed{\mathrm{A}}$ の倍数であり，b は $\boxed{\mathrm{E}}$ の倍数である。

そこで，m, n を整数として $a = \boxed{\mathrm{A}}\,m$, $b = \boxed{\mathrm{E}}\,n$ とおくと，① より

$$\boxed{\mathbf{I}}\,m + \boxed{\mathbf{J}}\,n = \boxed{\mathbf{K}}$$

を得る。これを満たす正の整数 m, n は

$$m = \boxed{\mathbf{L}}, \quad n = \boxed{\mathbf{M}}$$

であるから

$$a = \boxed{\mathbf{N}}, \quad b = \boxed{\mathbf{O}}$$

である。

(2) 等式 ① の解 a, b で，$0 < a+b < 5$ を満たすものを求めよう。

$14 \times \boxed{\mathrm{N}} + 9 \times \boxed{\mathrm{O}} = 147$ であるから，この式と ① より

$$14(a - \boxed{\mathrm{N}}) = 9(\boxed{\mathrm{O}} - b)$$

を得る。ここで，14 と 9 は互いに素であるから，a, b は整数 k を用いて

$$a = \boxed{\mathbf{P}}\,k + \boxed{\mathbf{Q}}, \quad b = -\boxed{\mathbf{RS}}\,k + \boxed{\mathbf{T}}$$

と表される。ここで，$0 < a+b < 5$ より，$k = \boxed{\mathbf{U}}$，すなわち

$$a = \boxed{\mathbf{VW}}, \quad b = -\boxed{\mathbf{XY}}$$

である。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\;\mathbf{Z}\;}$ はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

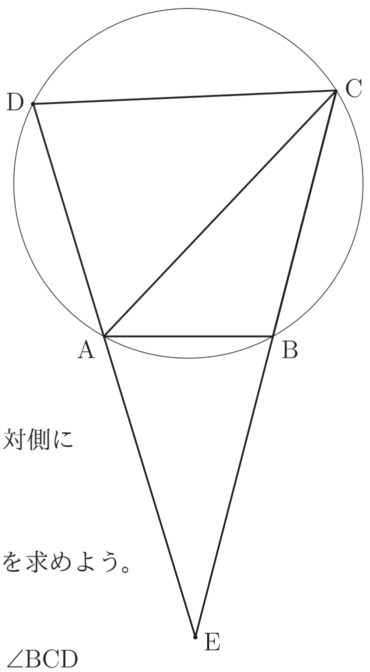
IV

3 辺の長さが

$$\mathrm{AB} = 2, \quad \mathrm{BC} = 3, \quad \mathrm{CA} = 4$$

である三角形 ABC とその外接円 O を考える。

以下，三角形 PQR の面積は $\triangle\mathrm{PQR}$ のように表す。



(1) $\cos\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\boxed{\text{AB}}}{\boxed{\text{C}}}$ である。

(2) 円 O の周上に点 D を線分 AC に関して点 B と反対側に

$$\frac{\triangle\mathrm{ABD}}{\triangle\mathrm{BCD}} = \frac{8}{15} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

であるようにとる。このとき，線分 AD, CD の長さを求めよう。

まず

$$\angle\mathrm{BAD} = \boxed{\text{DEF}}^{\circ} - \angle\mathrm{BCD}$$

であるから，$\sin\angle\mathrm{BAD} = \sin\angle\mathrm{BCD}$ である。よって，① より

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{CD}} = \frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{H}}}$$

となる。そこで，正の数 k を用いて $\mathrm{AD} = \boxed{\text{G}}\,k$，$\mathrm{CD} = \boxed{\text{H}}\,k$ とおく。さらに

$$\angle\mathrm{ADC} = \boxed{\text{IJK}}^{\circ} - \angle\mathrm{ABC}$$

であるから，$\cos\angle\mathrm{ADC} = \dfrac{\boxed{\text{L}}}{\boxed{\text{M}}}$ である。よって，$k = \dfrac{\boxed{\text{N}}}{\sqrt{\boxed{\text{OP}}}}$ を得る。したがって

$$\mathrm{AD} = \frac{\boxed{\text{QR}}\sqrt{\boxed{\text{OP}}}}{\boxed{\text{OP}}}, \quad \mathrm{CD} = \frac{\boxed{\text{ST}}\sqrt{\boxed{\text{OP}}}}{\boxed{\text{OP}}}$$

である。

(3) 直線 DA と直線 CB の交点を E とすると

$$\frac{\triangle\mathrm{ABE}}{\triangle\mathrm{CDE}} = \frac{\boxed{\text{UV}}}{\boxed{\text{WXY}}}$$

となる。

注） 外接円：circumscribed circle，周：perimeter

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

コース 1 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 1」が正しくマークしてあるか，
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

© 2020 Japan Student Services Organization

© 2020 Japan Student Services Organization

数学 コース 2
（上級コース）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース2」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース2」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

＜ 解答用紙記入例 ＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
○	●

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

© 2020 Japan Student Services Organization

I

問 1　a は正の定数とする。2 次関数 $y = \dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを平行移動する。移動後の放物線と x 軸との交点が $(-2a, 0)$, $(4a, 0)$ であるとき，この放物線の方程式 $y = f(x)$ について考える。

(1)　$f(x)$ は

$$f(x) = \frac{\boxed{\mathsf{A}}}{\boxed{\mathsf{B}}}\left(x - \boxed{\mathsf{C}}\,a\right)\left(x + \boxed{\mathsf{D}}\,a\right)$$

と表せる。

(2)　$y = f(x)$ において，y の値が $10a^2$ 以下となる x の値の範囲は，不等式

$$x^2 - \boxed{\mathsf{E}}\,ax - \boxed{\mathsf{FG}}\,a^2 \leqq 0$$

を解いて，$-\boxed{\mathsf{H}}\,a \leqq x \leqq \boxed{\mathsf{I}}\,a$ である。

(3)　直線 $y = 10a$ が $y = f(x)$ のグラフによって切り取られる線分の長さを 10 とする。$\boxed{\mathsf{J}}\sqrt{\boxed{\mathsf{K}}\,a^2 + \boxed{\mathsf{LM}}\,a} = 10$ であるから，a の値は $\dfrac{\boxed{\mathsf{N}}}{\boxed{\mathsf{O}}}$ である。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

© 2020 Japan Student Services Organization

問 2　10 段の階段がある。1 段のぼり (1 回に階段を 1 段のぼること)，または 2 段のぼり (1 回に階段を 2 段のぼること) のいずれかで階段をのぼるとし，1 段のぼりも 2 段のぼりも必ず 1 回はあることとする。

10 段の階段をのぼるとき，次の 2 つの場合について考えよう。

(1)　2 段のぼりが連続してもよい場合

(i)　例えば，2 段のぼりが 3 回ならば，1 段のぼりは $\boxed{\mathbf{P}}$ 回であり，のぼり方は $\boxed{\mathbf{QR}}$ 通りある。

(ii)　2 段のぼりが連続してもよい場合の階段ののぼり方は全部で $\boxed{\mathbf{ST}}$ 通りある。

(2)　2 段のぼりが連続しない場合

(i)　例えば，2 段のぼりが 2 回ならば，1 段のぼりは $\boxed{\mathbf{U}}$ 回であり，のぼり方は $\boxed{\mathbf{VW}}$ 通りある。

(ii)　2 段のぼりが連続しない場合の階段ののぼり方は全部で $\boxed{\mathbf{XY}}$ 通りある。

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{I}}$ の解答欄	$\boxed{\text{Z}}$	はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

II

問 1　初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{n^2 - 17n}{4}$$

で表される数列 $\{a_n\}$ に対して，数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_n \cdot a_{n+5} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定める。

(1)　次の文中の $\boxed{\mathbf{A}}$ ～ $\boxed{\mathbf{C}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n を求めよう。

$a_n = \boxed{\mathbf{A}}$ であるから，$b_n = \boxed{\mathbf{B}}$ である。したがって

$$T_n = \boxed{\mathbf{C}}$$

である。

⓪ $\dfrac{n-7}{2}$　　① $\dfrac{n-9}{2}$　　② $\dfrac{n-11}{2}$

③ $\dfrac{n^2-12n+27}{4}$　　④ $\dfrac{n^2-13n+36}{4}$　　⑤ $\dfrac{n^2-14n+45}{4}$

⑥ $\dfrac{n(n^2-17n+83)}{12}$　　⑦ $\dfrac{n(n^2-17n+89)}{12}$　　⑧ $\dfrac{n(n^2-18n+83)}{12}$

⑨ $\dfrac{n(n^2-18n+89)}{12}$

（問 1 は次ページに続く）

© 2020 Japan Student Services Organization

(2)　次に，T_n の最小値を求めよう。

$n \leqq$ $\boxed{\text{D}}$ または $\boxed{\text{EF}}$ $\leqq n$ のとき，$b_n > 0$ であり，また，$\boxed{\text{G}}$ $\leqq n \leqq$ $\boxed{\text{H}}$ のとき，$b_n < 0$ である。

したがって，$n =$ $\boxed{\text{I}}$，$n =$ $\boxed{\text{J}}$ および $n =$ $\boxed{\text{K}}$ で，T_n は最小となり，その値は $\boxed{\text{L}}$ である。ただし，$\boxed{\text{I}} < \boxed{\text{J}} < \boxed{\text{K}}$ となるように答えなさい。

© 2020 Japan Student Services Organization

問 2　次の各問いに答えなさい。

(1)　複素数 $8+8\sqrt{3}i$ を極形式で表すと

$$\boxed{\text{MN}}\left(\cos\frac{\pi}{\boxed{\text{O}}}+i\sin\frac{\pi}{\boxed{\text{P}}}\right)$$

となる。

(2)　$z^4=8+8\sqrt{3}i$ を満たす複素数 z を $0 \leqq \arg z < 2\pi$ の範囲で考える。

$|z| = \boxed{\text{Q}}$ である。このような z は全部で 4 個あり，偏角の小さい順に z_1, z_2, z_3, z_4 とすると

$$\arg\frac{z_1z_2z_3}{z_4} = \frac{\pi}{\boxed{\text{R}}}$$

である。

(3)　$w^8-16w^4+256=0$ を満たす複素数 w を $0 \leqq \arg w < 2\pi$ の範囲で考える。

このような w は全部で 8 個あり，偏角の小さい順に $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8$ とする。これらのうち 4 個は (2) の z_1, z_2, z_3, z_4 のどれかと一致する。それは

$$w_{\boxed{\text{S}}} = z_1,\quad w_{\boxed{\text{T}}} = z_2,\quad w_{\boxed{\text{U}}} = z_3,\quad w_{\boxed{\text{V}}} = z_4$$

である。

また，$w_1w_8 = \boxed{\text{W}}$，$w_3w_4 = \boxed{\text{XY}}\, i$ である。

注） 複素数：complex number，極形式：polar form，偏角：argument

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

III

関数 $f(x) = x^3 - 4x + 4$ について考える。

$y = f(x)$ のグラフ上の点 A$(-1, 7)$ における接線を ℓ とし，$y = f(x)$ のグラフに点 B$(0, -12)$ から引いた接線を m とする。また，2 つの接線 ℓ と m の交点を C とおく。2 直線 ℓ, m のなす角を θ $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ とするとき，$\tan\theta$ の値を求めよう。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\mathbf{A}}\, x^{\boxed{\mathbf{B}}} - \boxed{\mathbf{C}}$$

である。したがって，接線 ℓ の傾きは $\boxed{\mathbf{DE}}$ であり，接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\mathrm{DE}}\, x + \boxed{\mathbf{F}}$$

である。

(2)　$y = f(x)$ のグラフと接線 m との接点の x 座標を a とする。このとき，接線 m の方程式は a を用いて

$$y = \left(\boxed{\mathbf{G}}\, a^{\boxed{\mathbf{H}}} - \boxed{\mathbf{I}}\right) x - \boxed{\mathbf{J}}\, a^{\boxed{\mathbf{K}}} + \boxed{\mathbf{L}}$$

と表せる。この直線が点 B$(0, -12)$ を通るから，$a = \boxed{\mathbf{M}}$ で，接線 m の方程式は

$$y = \boxed{\mathbf{N}}\, x - \boxed{\mathbf{OP}}$$

となる。したがって，2 直線 ℓ と m の交点 C の座標は $\left(\boxed{\mathbf{Q}}, \boxed{\mathbf{R}}\right)$ である。

(3)　2 直線 ℓ, m と x 軸の正の向きとのなす角をそれぞれ α, β とすると

$$\tan\alpha = \boxed{\mathbf{ST}}, \quad \tan\beta = \boxed{\mathbf{U}}$$

であるから

$$\tan\theta = \frac{\boxed{\mathbf{V}}}{\boxed{\mathbf{W}}}$$

を得る。

注）導関数：derivative

© 2020 Japan Student Services Organization

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{X}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

© 2020 Japan Student Services Organization

IV

区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ において，関数

$$f(x) = \sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3}$$

を考える。このとき，$0 < x < \pi$ で $f(x) > 0$ を示して，さらに，曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積 S を求めよう。

(1)　次の文中の $\boxed{\mathbf{K}}$，$\boxed{\mathbf{N}}$，$\boxed{\mathbf{Q}}$，$\boxed{\mathbf{R}}$ には，次の選択肢

⓪　増加　　　①　減少

のどちらかから適するものを選び，他の $\boxed{}$ には適する数を入れなさい。

$f(x)$ を微分すると

$$f'(x) = \left(\boxed{\mathbf{A}}\cos^2 x - \boxed{\mathbf{B}}\right)\left(\boxed{\mathbf{C}}\cos x + \boxed{\mathbf{D}}\right)$$

である。$f'(x) = 0$ となる x は $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲に 3 個存在して，それらを小さい順に並べると

$$x = \frac{\pi}{\boxed{\mathbf{E}}},\quad \frac{\boxed{\mathbf{F}}}{\boxed{\mathbf{G}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\mathbf{H}}}{\boxed{\mathbf{I}}}\pi$$

である。

次に，$f(x)$ の増減を調べると

$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{\boxed{\mathbf{J}}}$　のとき，$\boxed{\mathbf{K}}$

$\dfrac{\pi}{\boxed{\mathrm{J}}} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{\mathbf{L}}}{\boxed{\mathbf{M}}}\pi$　のとき，$\boxed{\mathbf{N}}$

$\dfrac{\boxed{\mathrm{L}}}{\boxed{\mathrm{M}}}\pi \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{\mathbf{O}}}{\boxed{\mathbf{P}}}\pi$　のとき，$\boxed{\mathbf{Q}}$

$\dfrac{\boxed{\mathrm{O}}}{\boxed{\mathrm{P}}}\pi \leqq x \leqq \pi$　のとき，$\boxed{\mathbf{R}}$

である。また

$$f(0) = 0,\quad f(\pi) = 0,\quad f\left(\frac{\boxed{\mathrm{L}}}{\boxed{\mathrm{M}}}\pi\right) = \frac{\sqrt{\boxed{\mathbf{S}}}}{\boxed{\mathbf{T}}} > 0$$

である。したがって，$0 < x < \pi$ のとき $f(x) > 0$ である。

（IV は次ページに続く）

© 2020 Japan Student Services Organization

(2)　曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\mathsf{UV}}}{\boxed{\mathsf{W}}}$$

である。

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\mathsf{X}}$ ～ $\boxed{\mathsf{Z}}$ はマークしないでください。

コース 2 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 2」が正しくマークしてあるか，
もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

© 2020 Japan Student Services Organization

© 2020 Japan Student Services Organization