問題用紙

日本留学試験（試行試験）

数　学（８０分）

【コース１・コース２】

（どちらかのコースを選んで解答してください。）

Ｉ　注 意 事 項

1．試験開始の合図があるまで，この問題用紙の中を見てはいけません。
2．この問題用紙は，24ページあります。
3．解答は，解答用紙に鉛筆（ＨＢ）で記入してください。
4．問題用紙の余白は，計算やメモに使ってもかまいません。
5．試験が終わっても，この問題用紙を持ち帰ることはできません。
6．受験番号と名前を下の欄に，受験票と同じように記入してください。

ＩＩ　解答上の注意

1．問題文中の $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$，$\boxed{\text{D}}$ ...には，それぞれ－（マイナスの符号），または，０から９までの数が一つずつ入ります。あてはまるものを選び，解答用紙(マークシート)の対応する解答欄にマークしてください。ただし，平方根については，たとえば，$\sqrt{12}$ は $2\sqrt{3}$ のように，できるだけ簡単にしてください。また，分数については，符号は分子につけ，分母・分子はできるだけ約分して解答してください。

【例】

$\dfrac{\boxed{\text{A}}\sqrt{\boxed{\text{B}}}}{\boxed{\text{CD}}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{14}$ と答える場合は，以下のようにマークする。

【解 答 用 紙】

A	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
B	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
C	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
D	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

2．解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

受 験 番 号		名 前	

数学（コース１）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース１」と「コース２」があります。「コース１」を選択する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース１」を○で囲み，その下のマーク欄をぬりつぶしてください。選択したコースが正しくぬりつぶされていないと，採点されません。

＜解答用紙記入例＞

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

I 次の各問題に対して，それぞれの選択肢の中から最も適するものを一つ選びなさい。

(a) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{-2+\sqrt{5}}$ と等しいのは $\boxed{\mathrm{A}}$ である。

① $-7-3\sqrt{5}$　② $-7+3\sqrt{5}$　③ $7-3\sqrt{5}$　④ $7+3\sqrt{5}$

(b) 実数（real number）x，y についての次の記述の中で，正しくないのは $\boxed{\mathrm{B}}$ である。

① $x+y$ と xy が共に正の数（positive number）であれば，x も y も正の数である。

② $x+y$ が無理数（irrational number）であれば，x と y のいずれか一方は無理数である。

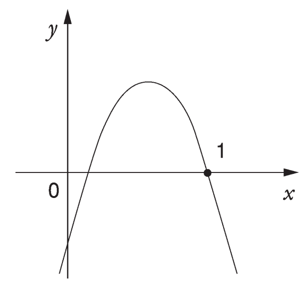
③ x，y が整数（integer）で x^2+y^2 が奇数（odd number）であれば，x と y のいずれか一方は奇数である。

④ $|x|<|y|$ は $x^2<y^2$ であるための必要十分条件（necessary and sufficient condition）である。

⑤ $x^2<y^2$ は $x<y$ であるための十分条件（sufficient condition）である。

(c)　2 次関数（quadratic function）

$$y = ax^2 + bx + c$$



のグラフが右図のようになっているとする。

このとき，a の値（value）は $\boxed{\text{C}}$，b の値は $\boxed{\text{D}}$，b^2-4ac の値は $\boxed{\text{E}}$，$a+b+c$ の値は $\boxed{\text{F}}$ である。

①　正　　②　負（negative）　　③　0　　④　確定できない

(d)　2 個のサイコロ（dice）を同時に投げるとき，1 か 2 の目（pip）が少なくとも一つは出る確率（probability）は $\boxed{\text{G}}$ である。

①　$\frac{7}{18}$　　②　$\frac{4}{9}$　　③　$\frac{1}{2}$　　④　$\frac{5}{9}$　　⑤　$\frac{11}{18}$

$\boxed{\text{II}}$ 次の各問題文中の A〜R には，それぞれ，−（負号，minus sign）か 0 〜 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a) 3 次方程式（cubic equation）

$$x^3-3x^2-5x-1=0$$

の解（solution，root）は $x=\boxed{\text{AB}}$ と $x=\boxed{\text{C}}\pm\sqrt{\boxed{\text{D}}}$ である。

(b) 放物線（parabola）

$$y=ax^2+bx+c$$

が 3 点（point）$(-1,\ 9)$，$(1,\ 1)$，$(2,\ 3)$ を通るとすれば

$$a=\boxed{\mathsf{E}},\qquad b=\boxed{\mathsf{FG}},\qquad c=\boxed{\mathsf{H}}$$

である。

(c)　整式（polynomial）

$$P=2x^2+2xy+y^2+4x+5$$

は

$$P=(x+y)^2+\left(x+\boxed{\mathrm{I}}\right)^2+\boxed{\mathrm{J}}$$

と変形できるので，$x=\boxed{\mathrm{KL}}$，$y=\boxed{\mathrm{M}}$ のときに最小値（minimum value）$\boxed{\mathrm{N}}$ をとる。

(d)　等式（equality）

$$\log_{10} 225 = \boxed{\text{OP}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{Q}} \log_{10} 3 + \boxed{\text{R}}$$

が成り立つ。

III　次の各問題文中の A〜O には，それぞれ，－ か 0 〜 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a)　方程式

$$x^2+y^2+4x-6y-12=0$$

で表される円（circle）を C とする。

i．円 C の中心（center）の座標（coordinates）は $\left(\boxed{\text{AB}},\ \boxed{\text{C}}\right)$ で，半径（radius）は $\boxed{\text{D}}$ である。

ii．点 P(6，－1) から C に引いた接線（tangential line）の接点（point of tangency）までの距離は（distance）$\sqrt{\boxed{\text{EF}}}$ である。

(b) 三角形（triangle）PQR において

$$PQ=5, \qquad PR=3, \qquad \angle P=60^\circ$$

であるとする。

i．△PQR の面積（area）は $\dfrac{\boxed{\mathsf{GH}}\sqrt{\boxed{\mathsf{I}}}}{4}$ である。

ii．辺（edge）QR の長さ（length）は $\sqrt{\boxed{\mathsf{JK}}}$ である。

iii．△PQR の外接円（circumcircle）の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\mathsf{LM}}}}{3}$ である。

(c) 辺の長さが 1 の正三角形（regular triangle）を，その一辺を軸（axis）として回転させて得られる立体（solid）の体積（volume）は $\dfrac{\pi}{\boxed{\mathsf{N}}}$ で，表面積（surface area）は $\sqrt{\boxed{\mathsf{O}}}\,\pi$ である。

$\boxed{\text{IV}}$ 次の各問題文中の A〜M には，それぞれ，－ か 0 〜 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a) 等差数列（arithmetic progression）

$$1,\ 8,\ 15,\ 22,\ \cdots$$

の第 n 項（term）を a_n で表す。

i．$a_n = \boxed{\text{A}}\,n - \boxed{\text{B}}$ である。

ii．初項（first term）から第 30 項までの数の和（sum）は $\boxed{\text{CDEF}}$ である。

(b)　a は実数とする。放物線

$$C_1 : y = x^2$$

を x 軸（x- axis）方向に 3，y 軸（y- axis）方向に a だけ平行移動（parallel displacement）して得られる曲線（curve）を C_2 とする。

i．2 曲線 C_1，C_2 の交点（point of intersection）P の x 座標は $\dfrac{a+\boxed{\mathsf{G}}}{\boxed{\mathsf{H}}}$ である。

ii．点 P における C_1，C_2 の接線が互いに直交する（intersect orthogonally）のは $a = \pm\boxed{\mathsf{I}}\sqrt{\boxed{\mathsf{J}}}$ のときである。

(c)　a は正の数とする。放物線

$$C : y = x^2$$

と 2 直線 $y=0$, $x=a$ とで囲まれた図形（figure）の面積を S_1, C と 2 直線 $y=a^2$, $x=0$ とで囲まれた図形の面積を S_2 とする。

i. $S_1 = \dfrac{a^{\boxed{\mathrm{K}}}}{\boxed{\mathrm{L}}}$ である。

ii. $S_1 : S_2 = 1 : \boxed{\mathrm{M}}$ である。

数学（コース２）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース１」と「コース２」があります。「コース２」を選択する場合は，右のように，解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース２」を○で囲み，その下のマーク欄をぬりつぶしてください。選択したコースが正しくぬりつぶされていないと，採点されません。

＜解答用紙記入例＞

解答コース Course	
コース １ Course １	コース ２ Course ２
○	●

Ⅰ 次の各問題に対して，それぞれの選択肢の中から最も適するものを一つ選びなさい。

(a) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{-2+\sqrt{5}}$ と等しいのは $\boxed{\mathsf{A}}$ である。

① $-7-3\sqrt{5}$　② $-7+3\sqrt{5}$　③ $7-3\sqrt{5}$　④ $7+3\sqrt{5}$

(b) 実数（real number）x，y についての次の記述の中で，正しくないのは $\boxed{\mathsf{B}}$ である。

① $x+y$ と xy が共に正の数（positive number）であれば，x も y も正の数である。

② $x+y$ が無理数（irrational number）であれば，x と y のいずれか一方は無理数である。

③ x，y が整数（integer）で x^2+y^2 が奇数（odd number）であれば，x と y のいずれか一方は奇数である。

④ $|x|<|y|$ は $x^2<y^2$ であるための必要十分条件（necessary and sufficient condition）である。

⑤ $x^2<y^2$ は $x<y$ であるための十分条件（sufficient condition）である。

(c) 分数関数（fractional function）$y=\dfrac{x}{x-2}$ のグラフは $y=\dfrac{2}{x}$ のグラフを平行移動（parallel displacement）して得られる。この平行移動は $\boxed{\mathsf{C}}$ である。

① x 軸（x-axis）の正（positive）の方向に 2 だけ平行移動したもの

② x 軸の負（negative）の方向に 2 だけ平行移動したもの

③ x 軸の正の方向に 2，y 軸の正の方向に 1 平行移動したもの

④ x 軸の正の方向に 2，y 軸の負の方向に 1 平行移動したもの

⑤ x 軸の負の方向に 2，y 軸の正の方向に 1 平行移動したもの

⑥ x 軸の負の方向に 2，y 軸の負の方向に 1 平行移動したもの

(d) p，q は実数とし，行列（matrix）

$$M=\begin{pmatrix} p & q \\ 1 & -p \end{pmatrix}$$

を考える。

i. $q=\boxed{\mathsf{D}}$ ならば，M の逆行列（inverse matrix）は存在しない。

ii. $q=\boxed{\mathsf{E}}$ ならば，$M^2=I$ である。ただし，I は単位行列（unit matrix）を表す。

① $-p$　② p^2　③ $-p^2$　④ p^2-1　⑤ $1-p^2$

(e) 赤い球（ball）2個と白い球3個が入った箱から，球を一つずつ取り出す操作を4回くり返す。ただし，一度取り出した球は箱には返さないものとする。

i．取り出した球の中に，赤い球が2個含まれている確率は（probability）$\boxed{\text{F}}$である。

ii．最初に取り出した球が白い球であるという条件の下で，取り出した4個の球の中に赤い球が2個含まれている「条件つき確率（conditional probability）」は$\boxed{\text{G}}$である。

① $\dfrac{1}{3}$　　② $\dfrac{2}{5}$　　③ $\dfrac{1}{2}$　　④ $\dfrac{3}{5}$　　⑤ $\dfrac{2}{3}$

$\boxed{\text{II}}$ 次の各問題文中の A～M には，それぞれ，－(負号，minus sign) か 0 ～ 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a) 実数 a，b を係数（coefficient）に含む x についての 3 次方程式（cubic equation）

$$x^3-ax^2+bx-4=0$$

が，複素数（complex number）$1+i$ を解としてもつならば，$a=\boxed{\text{A}}$，$b=\boxed{\text{B}}$ である。

(b) 方程式（equation）

$$x^2+y^2+4x-6y-12=0$$

で表される円（circle）をCとする。

i. 円 C の中心（center）の座標（coordinate）は $\left(\boxed{\text{CD}},\ \boxed{\text{E}}\right)$ で，半径（radius）は $\boxed{\text{F}}$ である。

ii. 点（point）P(6, −1) からCに引いた接線（tangential line）の接点（point of tangency）までの距離（distance）は $\sqrt{\boxed{\text{GH}}}$ である。

(c)　方程式

$$(\log_2 64x)\left(\log_2 \frac{16}{x}\right)=24$$

の解は $x=\boxed{\text{I}}$ と $x=\dfrac{1}{\boxed{\text{J}}}$ である。

(d) 関数

$$y=4\sin x+2\cos 2x-2$$

の最大値（maximum value）は $\boxed{\mathrm{K}}$ であり，最小値（minimum value）は $\boxed{\mathrm{LM}}$ である。

III 次の各問題文中の A〜N には，それぞれ，－ か 0 〜 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a) 数列(progression)

$$1,\ \underbrace{2,\ 2,}_{2\text{個}}\ \underbrace{3,\ 3,\ 3,}_{3\text{個}}\ \cdots,\ \underbrace{n,\ \cdots,\ n,}_{n\text{個}}\ \cdots$$

について考える。

i．この数列の第 70 項（term）の値を N とするとき，$N=$ $\boxed{\text{AB}}$ である。

ii．N は第 70 項までに（第 70 項も含む）$\boxed{\text{C}}$ 個並んでいる。

iii．初項（first term）から第 70 項までの数の和（sum）は $\boxed{\text{DEF}}$ である。

(b)　長さ（length）が 2 のベクトル（vector）$\vec{a}$ と長さが 3 のベクトル $\vec{b}$ のなす角（angle）が 60° であるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積（inner product）は $\boxed{\mathsf{G}}$ であり，ベクトル $\vec{a}+2\vec{b}$ の長さは $\boxed{\mathsf{H}}\sqrt{\boxed{\mathsf{IJ}}}$ である。

(c)　実数 a，b を係数に含む 3 次関数（cubic function）

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+4$$

の導関数（derivative）$f'(x)$ が

$$f'(x)=3x^2+2x\int_0^2 f(x)\,dx+4$$

を満たしていれば

$$a=\boxed{\text{KLM}},\qquad b=\boxed{\text{N}}$$

である。

IV　次の各問題文中の A〜K には，それぞれ，－ か 0 〜 9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

(a)　関数

$$y=\frac{x^2+3}{x+1}$$

の導関数は

$$y'=\frac{x^2+\boxed{\text{A}}\,x-\boxed{\text{B}}}{(x+1)^2}$$

であるので，$y'=0$ を満たす x の値は $x=\boxed{\text{CD}}$ と $x=\boxed{\text{E}}$ である。したがって，y の極小値（minimal value）は $\boxed{\text{F}}$ であり，極大値（maximal value）は $\boxed{\text{GH}}$ である。

(b)　関数

$$y=x+2\sin x$$

の $x=0$ における微分係数（differential coefficient）は $\boxed{\mathsf{I}}$ であり，$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で $y'=0$ となるのは $\dfrac{\boxed{\mathsf{J}}}{\boxed{\mathsf{K}}}\pi$ のときである。